**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №6**

**Проверка нормальности распределения результатов измерения**

**6.1 Цель работы:** ознакомиться с критериями проверки нормальности закона распределения вероятности результата измерения.

**6.2 Краткое теоретическое введение**

Доверительные границы (интервал) случайной погрешности результата измерения в соответствии со стандартами ГОСТ 8.207-76 и ГОСТ Р 8.736-2011 устанавливают для результатов наблюдений, принадлежащих нормальному распределению.

Если это условие не выполняется, методы вычисления доверительных границ случайной погрешности должны быть указаны в методике выполнения конкретных измерений.

Проверка нормальности закона распределения вероятности результата измерения проводится после исключения систематических ошибок. Для проверки нормальности закона распределения вероятности результата измерения на основании экспериментальных данных строится гистограмма. Иногда по виду гистограммы можно с уверенностью заключить, что результат измерения починяется или не подчиняется нормальному закону распределения вероятности. Например, если гистограмма имеет вид, показанный на рис. 1 а, то с уверенностью можно заключить, что результат измерения не подчиняется нормальному закону распределения вероятности результата измерения.

Если гистограмма имеет вид,показанный на рис. 1 б, то можно предположить, что результат измерения подчиняется нормальному закону распределения вероятности результата измерения.

Существует несколько критериев, по которым проверяется гипотеза о соответствии экспериментальных данных тому или иному закону распределения вероятности результата измерения.

При числе результатов наблюдений *n>*50 для проверки принадлежности их к нормальному распределению предпочтительным является один из критериев:

Пирсона или Мизеса-Смирнова.

При числе результатов наблюдений 50> *п* > 15 для проверки принадлежности их к нормальному распределению предпочтительным является составной критерий(описывается в лабораторной работе № 7).

При числе результатов наблюдений n15 принадлежность их к нормальному распределению не проверяют. При этом нахождение доверительных границ случайной погрешности результата измерения по методике, описанной в лабораторной работе №5, возможно в том случае, если заранее известно, что результаты наблюдений принадлежат нормальному распределению (по виду гистограммы).

*Критерий Пирсона*

Обычно задача ставится так: имеется группа результатов наблюдений и высказывается гипотеза о том, что эти наблюдения можно считать реализациями случайной величины с выбранной формой функции распределения. Затем методами математической статистики эта гипотеза проверяется и либо принимается, либо отвергается.

При большом числе наблюдений (*n*>50) лучшими критериями проверки данной гипотезы считают критерий согласия К. Пирсона (критерий) для группированных наблюдений и критерий Р.Мизеса-Н.В.Смирнова (критерий ) для негруппированных наблюдений.

Остановимся на критерий Идеи для этого метода состоит в контроле отклонений гистограммы экспериментальных данных от гистограммы с таким же числом интервалов, построенный на основе нормального распределения. Сумма квадратов разностей частот по интервалам не должна превышать значений, для которых составлены таблицы в зависимости от уровня значимости критерия *q* и числа степеней свободы*f=r-3,* где *r* – число интервалов.

Вычисления ведутся по следующей схеме.

1.Вычисляют среднее арифметическое наблюдений и оценку среднего квадратического отклонений по формулам по ГОСТ Р 8.736-2011:

(6.1)

(6.2)

2.Группируют наблюдения по интервалам. При числе наблюдений 40-100 обычно принимают 7-9 интервалов. Для каждого интервала вычисляют середину и подсчитывают число наблюдений, попавшее в каждый интервал, .

3.Вычисляют число наблюдений для каждого из интервалов, теоретически соответствующее нормальному распределения. Для этого сначала от реальных середин интервалов переходят к нормированным :

. (6.3)

Затем для каждого значения находят значение функции плотности вероятностей:

. (6.4)

Вычисление ведется с помощью табл.П-1 приложения.

Теперь можно вычислить ту часть общего числа имеющихся наблюдений, которая теоретически должна была быть в каждом из интервалов:

(6.5)

где *n –* общее число наблюдений,– длина интервала, принятая при построении гистограммы.

4.Если в какойлибо интервал теоретически попадает меньше 5 наблюдений, то его в обеих гистограммах соединяют с соседним интервалом. Затем определяют число степеней свободы *f=r-3,* где *r* – общее число интервалов (если произведено укрупнение интервалов, то *r* – число интервалов после укрупнения)

5.Вычиляют показатель разности частот :

, где . (6.6)

6.Выбирают уровень значимости критерия *q (q=1-P,* где *P*- доверительная вероятность). Уровень значимости должен быть достаточно малым, что была мала вероятность отклонить правильную гипотезу (совершить ошибку первого рода). С другой стороны, слишком малое значение *q*увеличивает вероятность принять ложную гипотезу, т.е. совершить ошибку второго рода. По уровню значимости *q*и числу степеней свободы *f* в табл.3( 3.3 пункт) находим границу критической области, так что

.

Вероятность того, что получаемое значение превышает , равна*q*и мала. Поэтому, если оказывается, что , то гипотеза о нормальности отвергается. Если , то гипотеза о нормальности принимается.

Чем меньше *q*, тем при этом же *f*больше значение , тем легче выполняется условие и принимается проверяемая гипотеза. Но при этом увеличивается вероятность ошибки второго рода. Поэтому нецелесообразно брать При слишком большом *q*, как указывалось выше, возрастает вероятность ошибки первого рода и, кроме того снижается чувствительность критерия. Например, при *q=*0,5 с равной вероятностьюможет быть и больше и меньшеи, следовательно, теряется возможность сделать выбор в пользу проверяемой гипотезы или против нее.

Для единообразия решения рассматриваемой задачи желательно унифицировать применяемые уровни значимости. С этой целью можно предложить попытаться ограничить выбор уровня значимости интервалом 0,020,1.

Наряду с рассмотренной проверкой, при которой была принята односторонняя критическая область, применяют и двусторонние критические области, т.е. оценивается . В этом есть определенный смысл, так как у реальной группы данных очень малое значениемаловероятно. Уровень значимости критерия делиться на две части: . Для простоты часто считают . По табл. 3 для находят для уровня значимости и числа степеней свободы *f* и для уровня значимости 1- и того же f. Гипотеза о нормальности проверяемой группы данных принимается, если .

Следует еще раз отметить, что данный критерий позволяет проверять соответствие эмпирических данных любому теоритическому распределению, а не только нормальному. Однако этот критерий, не позволяет установить вид распределения наблюдений, а лишь дает возможность проверить, допустимо ли отнести их к нормальному или иному, выбранному заранее распределению.

В практике измерений часто возникает необходимость проверить гипотезу о нормальности небольшой группы наблюдений. Гипотеза согласно рекомендации проверяется с помощью двух критериев(составной критерий).

**6.3.Методика выполнения эксперимента**

При числе результатов измерений n50 для проверки критерия согласия теоретического распределения с практическим чаще всего используют критерий К.Пирсона. Рекомендуемые числа интервалов r в зависимости от числа результатов измерений приведены в таблице 1. Вычисления сводят в таблицу 2, в которой приведен алгоритм вычислений для проверки гипотезы о нормальности распределения результатов измерений. При этом группируют результаты измерений. Группирование – разделение результатов измерений от наименьшего до наибольшего на r интервалов.

Таблица 1.

Рекомендуемые числа интервалов в зависимости от числа результатов

измерений.

|  |  |
| --- | --- |
| Число результатов измерений n | Рекомендуемое число интервалов r |
| 40-100 | 7-9 |
| 100-500 | 8-12 |
| 500-1000 | 10-16 |
| 1000-10000 | 12-22 |

Таблица 2.

Вспомогательная таблица для проверки распределения результатов

измерений

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер интер- вала,i | Сере-дина интер-вала, | Число результатов измерений в интервале,  . |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |

Ширину интервала( или шаг) выбирают постоянной и вычисляют по формуле:

(6.7)

Установив границы интервалов, подсчитывают число результатов измерений ,попавших в каждый интервал. Далее вычисляют: середины интервалов , среднее арифметическое и среднее квадратическое отклонение результатов измерений *S.*

Определяют число результатов измерений , которое должно было бы находиться в интервале, если бы распределение результатов измерений было бы нормальным, по формуле:

(6.8)

где, – плотность нормального распределения: ;

– вероятность попадания результатов измерений в i-й интервал.

Для каждого интервала вычисляют критерий К.Пирсона

. (6.9)

Просуммировав по всем *r* интервалам, получают

(6.10)

с определенным числом степеней свободы Для нормального распределения *f=r-3.*

Выбирают уровень значимости По уровню значимости и числу степеней свободы в таблице 3 находят границу критической области .

Если оказывается ,что , то гипотеза о нормальности отвергается. Если , то гипотеза о нормальности принимается.

Таблица 3.

Значение q -процентных точек для распределения

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| P=1-q | q | q,% | Число степеней свободы *f* | | | | | | | | |
| 4 | 5 | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 | 18 |
| 0,01 | 0,99 | 99.0 | 0,30 | 0,55 | 0,87 | 1,65 | 2,56 | 3,57 | 4,66 | 5,81 | 7,02 |
| 0,05 | 0,95 | 95.0 | 0,71 | 1,145 | 1,64 | 2,73 | 3,94 | 5,23 | 6,57 | 7,96 | 9,39 |
| 0,1 | 0,9 | 90.0 | 1,06 | 1,61 | 2,20 | 3,49 | 4,86 | 6,30 | 7,79 | 9,31 | 10,89 |
| 0,9 | 0,1 | 10.0 | 7,78 | 9,24 | 10,64 | 13,36 | 15,99 | 18,55 | 21,06 | 23,54 | 25,99 |
| 0,95 | 0,05 | 5.0 | 9,49 | 11,07 | 12,59 | 15,51 | 18,31 | 21,03 | 23,68 | 26,30 | 28,87 |
| 0,98 | 0,02 | 2.0 | 11,67 | 13,39 | 15,033 | 18,17 | 21,16 | 24,05 | 26,87 | 29,63 | 32,35 |
| 0,99 | 0,01 | 1.0 | 13,28 | 15,09 | 16,81 | 20,09 | 23,21 | 26,22 | 29,14 | 32,00 | 34,80 |

**6.4.Порядок выполнения работы**

***Примечание.*** *Для выполнения ниже написанных расчетов нужно использовать данные полученные в Лабораторной работе №5.*

6.4.1.Определите и , разбейте этот промежуток на интервалы в соответствии таблицей 1 и формулы (6.7) и пронумеруйте их. Рекомендуемое число интервалов 8.

6.4.2.Найти середины интервалов

6.4.3 Просуммируйте число измерений , попавших в каждый интервал, занесите эти числа в таблицу 2.

6.4.4. Вычислить среднее арифметическое и среднее квадратическое отклонение результатов измерений *S.*

6.4.5. Рассчитать – вероятность попадания результатов измерений в i-й интервал по формуле:

6.4.6. Определите число результатов измерений, которое должно было бы находиться в интервале, если бы распределение было бы нормальным, по формуле (6.8).

6.4.7. Если в какой либо интервал теоретически попадает меньше 5 наблюдений, то его в обеих гистограммах нужно соединить с соседним интервалом.

6.4.8. Определить число степеней свободы

6.4.9. Вычислите для каждого интервала критерий К.Пирсона по формуле (6.9), и просуммируйте их.

6.4.10. Выбрав уровень значимости (рекомендуемое значение : ), найти табличное значение критерия К.Пирсона и определить является ли данное распределение нормальным(т.е. выполнение условий ).

Примечание. Уровень значимости – наибольшая вероятность того, что используемый критерий может дать ошибочный результат. Следовательно, этот уровень должен быть достаточно малым, чтобы вероятность ошибки была невелика. Доверительная вероятность определяет область допустимых значений, а уровень значимости - критическую область.

**6.5 Вопросы для самопроверки**

**6.6Литература**

6.6.1 ГОСТ 8.207-76. ГСИ. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. Основные положения

6.6.2 ГОСТ Р 8.736-2011. ГСИ. Измерения прямые многократные. Методы обработки результатов измерений. Основные положения

